

2019年 後期期末試験の範囲  
3年 数学特論(久保)

後期中間試験の範囲

実教出版「新版 線形代数」pp.76—79, pp.86—99

および

実教出版「新版 線形代数」pp.100—127

- 偶順列・奇順列
- 行列式の性質 (pp.103—109) を用いた行列式の計算
- 行列式の展開
- 行列の積の行列式
- 余因子行列と逆行列
- クラメル公式

※ 後期中間試験を復習しておく。

※ 実教出版「新版 線形代数演習」107, 109(3), 115,  
p.36A の 1, 3, 4

2019年 後期期末試験の範囲  
3年 数学特論(久保)

1 3次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$  の行列式  $|A|$  の値を  $k(k \neq 0)$  とする

とき、次の行列の値を答えよ。

(1)  $\begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$  (2)  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 5a_2 & 5b_2 & 5c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$  (3)  $\begin{vmatrix} 5a_2 & 5b_2 & 5c_2 \\ 5a_1 & 5b_1 & 5c_1 \\ 5a_3 & 5b_3 & 5c_3 \end{vmatrix}$

2 3次の正方行列について、 $|-2A| = k|A|$  をみたす定数  $k$  の値を答えよ。  
ただし、 $|A| \neq 0$  とする。

3 次の式は、3次の行列式を第2列で展開したものである。

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + b \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}$$

(1)  $a$  の値を答えよ。 (2)  $b$  の値を答えよ。 (3)  $c$  の値を答えよ。

4 次の順列が偶順列であるか奇順列であるか答えよ。

- (1) (1, 2, 3) (2) (1, 3, 2) (3) (2, 1, 3)  
 (4) (2, 3, 1) (5) (3, 1, 2) (6) (3, 2, 1)  
 (7) (4, 3, 5, 2, 1) (8) (3, 6, 1, 4, 5, 2)

5 3次の正方行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 4 \\ 0 & 8 & 7 \end{pmatrix}$  について次のものを答えよ。

- (1) (1,1)小行列式  $D_{11}$  と(1,1)余因子  $\tilde{a}_{11}$  (2) (1,2)小行列式  $D_{12}$  と(1,2)余因子  $\tilde{a}_{12}$  (3) (1,3)小行列式  $D_{13}$  と(1,3)余因子  $\tilde{a}_{13}$   
 (4) (2,1)小行列式  $D_{21}$  と(2,1)余因子  $\tilde{a}_{21}$  (5) (2,2)小行列式  $D_{22}$  と(2,2)余因子  $\tilde{a}_{22}$  (6) (2,3)小行列式  $D_{23}$  と(2,3)余因子  $\tilde{a}_{23}$   
 (7) (3,1)小行列式  $D_{31}$  と(3,1)余因子  $\tilde{a}_{31}$  (8) (3,2)小行列式  $D_{32}$  と(3,2)余因子  $\tilde{a}_{32}$  (9) (3,3)小行列式  $D_{33}$  と(3,3)余因子  $\tilde{a}_{33}$

6 前の問の正方行列  $A$  について、余因子行列を  $B = \tilde{A}$  とする。 $B = (b_{ij})$  の各成分を答えよ。

7 クラメル公式を使えるように練習すること。例えば、実教出版「新版 線形代数」p.124 練習 2, p.135 第3章節末問題 5(1)

2019年 後期期末試験の範囲  
3年 数学特論(久保)

解答例

1 (解答)

- (1) 第1列と第2列が交換されているから,  $-k$   
(2) 第2行が5倍されているから,  $5k$   
(3) 第1列と第2列が交換され, かつ, 3つの列が5倍されているから,  
 $-5^3k = -125k$

2 (解答)

$$(-2)^3 = -8$$

3 (解答) ※ 符号に注意して答える。

- (1)  $a = -2$       (2)  $b = 5$       (3)  $c = -8$

4 (解答)

- (1) 偶順列      (2) 奇順列      (3) 奇順列      (4) 偶順列  
(5) 偶順列      (6) 奇順列      (7) 偶順列      (8) 偶順列

5 (解答)

$$\begin{aligned} (1) \quad D_{11} &= \begin{vmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} & (2) \quad D_{12} &= \begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} & (3) \quad D_{13} &= \begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} \\ &= 3, \tilde{a}_{11} = 3 & &= 42, \tilde{a}_{12} = -42 & &= 48, \tilde{a}_{13} = 48 \\ (4) \quad D_{21} &= \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 7 \end{vmatrix} & (5) \quad D_{22} &= \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} & (6) \quad D_{23} &= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 8 \end{vmatrix} \\ &= 6, \tilde{a}_{21} = -6 & &= 21, \tilde{a}_{22} = 21 & &= 24, \tilde{a}_{23} = -24 \\ (7) \quad D_{31} &= \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} & (8) \quad D_{32} &= \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} & (9) \quad D_{33} &= \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} \\ &= 3, \tilde{a}_{31} = 3 & &= 6, \tilde{a}_{32} = -6 & &= 3, \tilde{a}_{33} = 3 \end{aligned}$$

6 (解答)

- (1)  $\tilde{a}_{11} = 3$  より      (2)  $\tilde{a}_{21} = -6$  より      (3)  $\tilde{a}_{31} = 3$  より  
 $b_{11} = 3$        $b_{12} = -6$        $b_{13} = 3$   
(4)  $\tilde{a}_{12} = -42$  より      (5)  $\tilde{a}_{22} = 21$  より      (6)  $\tilde{a}_{32} = -6$  より  
 $b_{21} = -42$        $b_{22} = 21$        $b_{23} = -6$   
(7)  $\tilde{a}_{13} = 48$  より      (8)  $\tilde{a}_{23} = -24$  より      (9)  $\tilde{a}_{33} = 3$  より  
 $b_{31} = 48$        $b_{32} = -24$        $b_{33} = 3$

7 (解答)

解答は, それぞれの解答ページを参照。